坐标系与参数方程的解题策略探究

东莞市第六高级中学　安娜

【摘要】　坐标系与参数方程作为高考题的一道选做题，难度属于中档，在熟练掌握坐标系与参数方程基本知识的基础上，可对此题型进行归纳分类，帮助学生在有限的时间内最大限度的掌握解题技巧.

【关键词】　全国卷；极坐标；直角坐标；参数方程

在全国卷中，最后一道选做题是在“坐标系与参数方程”和“不等式选讲”两题中任选一道题，从近几年学生的选择来看，大部分学生都会选择“坐标系与参数方程”. 因此本文将对“坐标系与参数方程”的求解策略进行探究. 此类题的难点在于学生接触极坐标与参数方程的时间较短，对基础知识掌握不到位，因此将此类题进行归纳分类，帮助学生建立知识脉络，可降低学生解决问题的难度.

1　高考真题再现

（2018 年全国 1 卷 22 题）在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的方程为 $y=k|x|+2$．以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$．

⑴求 C_2 的直角坐标方程；

⑵若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点，求 C_1 的方程.

分析 第（1）问比较简单，利用 $\rho\cos\theta=x$，$\rho\sin\theta=y$，$\rho^2=x^2+y^2$，可把 $\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$ 转化为 $(x+1)^2+y^2=4$. 第（2）问中，难点在与曲线 C_1 的方程为 $y=k|x|+2$ 中，x 有绝对值，所以对 x 进行分类讨论，曲线 C_1 实际是两条关于 y 对称的两条射线构成的曲线，即 $y=\begin{cases}kx+2,x\ge 0\\-kx+2,x<0\end{cases}$.

由（1）可知曲线 C_2 是圆心为 $\left(-1,0\right)$，半径为 2 的圆，不妨设 y 轴右侧的射线为 $l_1:y=kx+2$，左侧的射线为 $l_2:y=-kx+2$. 由于曲线 C_1 的定点 $P(0,2)$ 在圆 C_2 外，故 C_1 与 C_2 有两个公共点，等价于 l_1 与 C_2 有一个公共点，l_2 与 C_2 有两个公共点，或者 l_1 与 C_2 有两个公共点，l_2 与 C_2 有一个公共点. 当 l_1 与 C_2 有一个公共点时，圆心到 l_1 的距离为 2，可求出 $k=0$ 或 $k=-\dfrac{4}{3}$，当 $k=-\dfrac{4}{3}$ 时，满足 l_1 与 C_2 有一个公共点，l_2 与 C_2 有两个公共点；当 l_2 与 C_2 有一个公共点时，圆心到 l_2 的距离为 2，可求出 $k=0$ 或 $k=\dfrac{4}{3}$，不满足 l_1 与 C_2 有两个公共点. 所以 $k=-\dfrac{4}{3}$，曲线 C_1 的方程为 $y=-\dfrac{4}{3}|x|+2$.

2　由高考题引发的思考

2018 年全国 1 卷 22 题第（1）问考查了转化思想，第（2）问利用考查了分类讨论的思想，利

用直线与圆相切，点到线的距离等于半径，进而求出k的值，再用另一条射线验证是否与圆C_2有两个公共点，对最后的解进行取舍. 此题完全是在直角坐标系，利用直角坐标方程解决问题的. 但在坐标系与参数方程的题目中会应用到一种思想，两种坐标系，三种方程，四种题型. 以下是由这道高考引发的思考总结.

2.1 一种思想

坐标系与参数方程包含的知识点主要是直角坐标、极坐标、参数方程，解题过程中渗透着一种思想，即转化思想，直角坐标方程与极坐标方程的转化，普通方程与参数方程的转化. 需要记忆的公式有$\rho\cos\theta = x$，$\rho\sin\theta = y$，$\rho^2 = x^2 + y^2$. 及几个特殊的曲线的参数方程，如圆、椭圆、直线的参数方程. 把参数方程转化为普通方程实则是“消参”（消掉参数）的过程. 转化思想是高中数学中的一种重要思想，在坐标系与参数方程中直接体现在高考题的第（1）问中.

2.2 两种坐标系

坐标系与参数方程的题目中会涉及到两种坐标系，即直角坐标系与极坐标系，极坐标系是直角坐标系的一部分，因此在做题过程中，两种坐标系可画在同一坐标系下. 主要目的是利用直角坐标系下的图形，解决极坐标系下的问题，让学生更直观的感受图形.

2.3 三种方程

坐标系与参数方程的题目一般会用到三种方程，即直角坐标方程（普通方程）、极坐标方程、参数方程，题型的设置是三种方程的转化，利用 1 中的公式即可，难度较低.

2.4 四种题型

根据近几年高考题的分析，第（2）问可将坐标系与参数方程归纳为四种题型，每一种题型对应相应的解决方法，帮助学生在解决问题时形成知识脉络.

2.4.1 利用直角坐标系

直角坐标系是学生较为熟悉的坐标系，把极坐标方程转化为直角坐标方程，参数方程转化为普通方程，利用图形的几何性质解决问题，可降低思维的难度.

例 1 在平面直角坐标系中，以原点O为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线l的极坐标方程为$\rho\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) = -\sqrt{3}$，圆$C$的极坐标方程为$\rho = 4\cos\theta + 2\sin\theta$.

(1)求直线l和圆C的直角坐标方程；

(2)若直线l与圆C交于A，B两点，求弦AB的长.

解： (1) 直线l的直角坐标方程为$\sqrt{3}x + y = 2\sqrt{3}$

圆C的直角坐标方程为$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5$

(2)由$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5$可知圆心为$C(2,1)$，半径$r = \sqrt{5}$，

$\therefore$圆心C到直线l的距离$d = \frac{\left|2\sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{3}\right|}{2} = \frac{1}{2}$，

$\therefore \left|AB\right| = 2\sqrt{r^2 - d^2} = \sqrt{19}$，故弦$AB$的长为$\sqrt{19}$

此题第（2）问是求$|AB|$的长度，题目的背景是直线与圆相交，求弦长问题，此题用几何法最简单，因为一半的弦与圆心到直线的距离和半径构成直角三角形，利用勾股定理$|AB| = 2\sqrt{r^2 - d^2}$ 的公式，可求出弦长.

例 2　已知直线l的参数方程是$\begin{cases} x = \frac{3}{2} + t \\ y = \sqrt{3}t \end{cases}$（$t$为参数），以原点为极点，$x$轴的正半轴建立极坐标系，曲线$C$的极坐标方程是$\rho \sin^2 \theta - 6\cos\theta = 0$.

⑴求曲线C的直角坐标方程以及直线l的极坐标方程；

⑵若直线l与曲线C交于M, N两点，求$|MN|$的值.

解　⑴曲线C的直角坐标方程为$y^2 = 6x$.

直线l的极坐标方程为$2\sqrt{3}\rho\cos\theta - 2\rho\sin\theta - 3\sqrt{3} = 0$.

⑵方法一：由题可判断抛物线$y^2 = 6x$的焦点$F(\frac{3}{2}, 0)$，F点刚好在直线l上，设$M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$，根据抛物线的定义可知，$|MF| = x_1 + \frac{3}{2}$，$|NF| = x_2 + \frac{3}{2}$，

所以$|MN| = x_1 + x_2 + 3$，联立$\begin{cases} y^2 = 6x \\ 2\sqrt{3}x - 2y - 3\sqrt{3} = 0 \end{cases}$得$x^2 - 5x + \frac{9}{4} = 0$，$\vartriangle = 16 > 0$.

所以$x_1 + x_2 = 5$，即$|MN| = 8$，所以$|MN|$的值为 8.

⑵方法二：联立$\begin{cases} y^2 = 6x \\ 2\sqrt{3}x - 2y - 3\sqrt{3} = 0 \end{cases}$，得$y^2 - 2\sqrt{3}y - 9 = 0$，$\because \vartriangle = 48 > 0$，

设$M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$，则$y_1 + y_2 = 2\sqrt{3}$，$y_1 y_2 = -9$，

$\therefore |MN| = \sqrt{1 + \frac{1}{k^2}} \cdot \sqrt{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 y_2} = \sqrt{1 + \frac{1}{3}} \times \sqrt{12 + 36} = 8$. 所以$|MN|$的值为 8

此题的第（2）也是求$|MN|$的长度问题，但是题目的背景是抛物线与直线相交，如果该直线过抛物线的焦点F，那么$|MN| = |MF| + |NF|$，根据抛物线的定义可知，$|MF| = x_1 + \frac{p}{2}$，$|NF| = x_2 + \frac{p}{2}$，所以$|MN| = x_1 + x_2 + p$，利用韦达定理可求出$x_1 + x_2$的值. 如果抛物线不过焦点F，可利用直线与曲线相交的弦长公式$|MN| = \sqrt{(1 + k^2)\left[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2\right]}$或者$|MN| = \sqrt{1 + \frac{1}{k^2}} \cdot \sqrt{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 y_2}$，同样要利用韦达定理.

2.4.2　利用直线参数方程中t的几何意义

直线的参数方程有很多种，形如$\begin{cases} x = x_0 + t\cos\alpha \\ y = y_0 + t\sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$为参数）的方程，称为直线的标准参数

方程，从此方程中可直接判断出直线过定点$P_0(x_0,y_0)$，倾斜角为α，斜率为$\tan\alpha$.在直线的标准参数防虫中，t具有几何意义，即表示在直线上从定点$P_0(x_0,y_0)$到直线上任意一点$M(x,y)$构成的有向线段P_0M的数量，则$|t|$表示点P_0到点M的距离.直线上任意两点M,N的距离$|MN|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}$（点$M$对应的参数为$t_1$，点$N$对应的参数为$t_2$）.

例1　已知在平面直角坐标系xoy中，以o为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线C_1的极坐标方程为$\rho^2(3+\sin^2\theta)=12$，曲线$C_2$的参数方程为$\begin{cases}x=1+t\cos\alpha\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$（$t$为参数），$\alpha\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$.

⑴求曲线C_1的直角坐标方程，并判断该曲线是什么曲线；

⑵设曲线C_2与曲线C_1的交点为$A,B,P(1,0)$，当$|PA|+|PB|=\dfrac{7}{2}$时，求$\cos\alpha$的值.

解　⑴由$\rho^2(3+\sin^2\theta)=12$，得$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$，则曲线$C_1$为椭圆.

⑵将$\begin{cases}x=1+t\cos\alpha\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$代入$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$，得$t^2(4-\cos^2\alpha)+6t\cos\alpha-9=0$，$\vartriangle>0$

由直线参数方程的几何意义，设A,B对应的参数分别为t_1,t_2，则$t_1+t_2=\dfrac{-6\cos\alpha}{4-\cos^2\alpha}$，$t_1t_2=\dfrac{-9}{4-\cos^2\alpha}$，易知$t_1,t_2$异号，所以$|PA|+|PB|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=\dfrac{12}{4-\cos^2\alpha}=\dfrac{7}{2}$

从而$\cos^2\alpha=\dfrac{4}{7}$，又$\alpha\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，所以$\cos\alpha=\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$.

此题中，$t_1\cdot t_2<0,t_1+t_2<0$，所以t_1,t_2一正一负，则需要利用公式$|t_1|+|t_2|=|t_1-t_2|$ $=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}$，再利用韦达定理求出$t_1+t_2$和$t_1\cdot t_2$的值.

例2　在直角坐标系中，以原点为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系．已知曲线$C:\rho\sin^2\theta=2a\cos\theta,(a>0)$，过点$P(-2,-4)$的直线$l$的参数方程为$\begin{cases}x=-2+\sqrt{2}t\\ y=-4+\sqrt{2}t\end{cases}$（$t$为参数）直线$l$与曲线$C$分别交于$M$、$N$两点.

⑴写出曲线C和直线l的普通方程；

⑵若$|PM|,|MN|,|PN|$成等比数列，求a的值.

解　$(1)C:y^2=2ax\qquad l:x-y-2=0$

$$(2)l:\begin{cases}x=-2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}T\\ y=-4+\dfrac{\sqrt{2}}{2}T\end{cases}(T为参数)代入C得T^2-(8\sqrt{2}+2\sqrt{2}a)T+32+8a=0$$

$\because a>0, \therefore T_1+T_2>0, T_1T_2>0, \therefore T_1>0, T_2>0$

又$\left|PM\right|=\left|T_1\right|, \left|PN\right|=\left|T_2\right|, \left|MN\right|=\left|T_1-T_2\right|$，由题意知，$\left|T_1-T_2\right|^2=\left|T_1T_2\right|$，所以$\left(T_1+T_2\right)^2+5T_1T_2$，由韦达定理代入得$a=1$或$a=-4$.

此题第（2）问也需要利用t的几何意义，但是要注意直线的参数方程必须是标准的参数方程，t才有几何意义，所以此题首先要写出直线l的标准参数方程，由题可确定定点$P(-2,-4)$，倾斜角为$\dfrac{\pi}{4}$，所以直线l的标准参数方程为$\begin{cases} x=-2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \\ y=-4+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$（$t$为参数）. 因此对于直线的标准参数方程模型要熟记，并且能够迅速判断参数方程是否标准，判断的标准可分为三点，第一、参数t；第二、t的系数在（-1，1）之间；第三，t的两个系数的平方为1. 满足以上三点，即为标准的参数方程.

2.4.3　利用极坐标系

学生对直角坐标系接触的时间较长，因此做题时习惯性喜欢用直角坐标方程，但有些题型在极坐标系下，利用极坐标方程会更简单、易操作.

例 1 在平面直角坐标系xoy中，直线l的参数方程为$\begin{cases} x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}t \\ y=\sqrt{3}+\dfrac{1}{2}t \end{cases}$（$t$为参数）. 以$o$为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线$C$的极坐标方程为$\rho=2a\cos\theta, (a>0)$，且曲线$C$与直线$l$有且仅有一个公共点.

⑴ 求a的值；

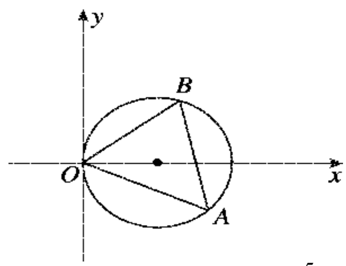
⑵ 设A, B为曲线C上的两点，且$\angle AOB=\dfrac{\pi}{3}$，求$\left|OA\right|+\left|OB\right|$的最大值.

解：（1）直线l的普通方程是$x+\sqrt{3}y-3=0$，

曲线C的直角坐标方程是$\left(x-a\right)^2+y^2=a^2, (a>0)$. 依题意直线$l$与圆相切，则圆心$(a,0)$到直线$l$的距离$d=\dfrac{\left|a-3\right|}{2}=a$，解得$a=-3$或$a=1$，$\because a>0$，$\therefore a=1$.

⑵ 如图，不妨设$A(\rho_1,\theta), B(\rho_2,\theta+\dfrac{\pi}{3})$，$\begin{cases} -\dfrac{\pi}{2}<\theta<\dfrac{\pi}{2} \\ -\dfrac{\pi}{2}<\theta+\dfrac{\pi}{3}<\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$可得$-\dfrac{\pi}{2}<\theta<\dfrac{\pi}{6}$，$\theta\in(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{6})$，

则$\rho_1=2\cos\theta, \rho_2=2\cos(\theta+\dfrac{\pi}{3})$，



$\left|OA\right|+\left|OB\right|=\rho_1+\rho_2=2\cos\theta+2\cos(\theta+\dfrac{\pi}{3})=3\cos\theta-\sqrt{3}\sin\theta$

$=2\sqrt{3}\cos(\theta+\dfrac{\pi}{6})$，$\because \theta\in(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{6})$，$\therefore \theta+\dfrac{\pi}{6}\in(-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{3})$，

$\therefore$当$\theta+\dfrac{\pi}{6}=0$，即$\theta=-\dfrac{\pi}{6}$时，$|OA|+|OB|$取得最大值，最大值是$2\sqrt{3}$.

此题第（2）问中要在极坐标系下求解的图突破点是$\angle AOB=\dfrac{\pi}{3}$，由于$A,B$两点是动点，$|OA|,|OB|$的长度在直角坐标系很难表示出来，由这条线索，设$A(\rho_1,\theta),B(\rho_2,\theta+\dfrac{\pi}{3})$，则$|OA|=\rho_1,|OB|=\rho_2$.要求$|OA|+|OB|$的范围，只需要求$\rho_1+\rho_2$的范围即可，最终把求长度的范围问题转化为求三角函数的值域问题.但此题还需注意θ的范围，$\begin{cases}-\dfrac{\pi}{2}<\theta<\dfrac{\pi}{2}\\-\dfrac{\pi}{2}<\theta+\dfrac{\pi}{3}<\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$可得$-\dfrac{\pi}{2}<\theta<\dfrac{\pi}{6}$，求$\theta$范围也是此题的一个难点.

例2 在平面直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为：$\begin{cases}x=\cos\theta\\y=\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数，$\theta\in[0,\pi]$），将曲线$C_1$经过伸缩变换：$\begin{cases}x'=x\\y'=\sqrt{3}y\end{cases}$得到曲线$C_2$.

（1）以原点为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系，求C_2的极坐标方程；

（2）若直线$l:\begin{cases}x=t\cos\alpha\\y=t\sin\alpha\end{cases}$（$t$为参数）与$C_1,\mathrm{C}_2$相交于$A,B$两点，且$|AB|=\sqrt{2}-1$，求$\alpha$的值.

解（1）C_1的普通方程为$x^2+y^2=1\left(y\geq 0\right)$，

C_2的方程为$x^2+\dfrac{y^2}{3}=1\left(y\geq 0\right)$，所以$C_2$的极坐标方程为

$$\rho^2=\frac{2}{3\cos^2\theta+\sin^2\theta}=\frac{3}{2\cos^2\theta+1}\left(\theta\in\left[0,\pi\right]\right);$$

（2）在（1）中建立的极坐标系中，直线l的极坐标方程为$\theta=\alpha\left(\rho\in R\right)$，

由$\begin{cases}\rho=1\\\theta=\alpha\end{cases}$，得$\rho_A=1$，由$\begin{cases}\rho^2=\dfrac{3}{2\cos^2\theta+1}\\\theta=\alpha\end{cases}$，得$\rho_B=\sqrt{\dfrac{3}{2\cos^2\alpha+1}}$，

而$\sqrt{\dfrac{3}{2\cos^2\alpha+1}}-1=\sqrt{2}-1$，$\therefore\cos\alpha=\pm\dfrac{1}{2}$，而$\alpha\in\left[0,\pi\right]$，$\therefore\alpha=\dfrac{\pi}{3}$或$\dfrac{2\pi}{3}$.

此题的思路的思路和例1类似，因为A,B两点是直线与圆和椭圆的焦点，$|AB|=\sqrt{2}-1$，直线过原点，A,B两点的长度在极坐标下可以用$|OB|-|OA|$来表示，两端长度在极坐标系可分别用两点

A,B 两点极径来表示，解题过程简单易算.

2.4.4 利用参数方程转化为三角函数求值域

在坐标系与参数方程的题目中，经常会出现求最大值最小值的问题，或者已知最大值、最小值求字母参数的范围问题.此类问题通常利用参数方程转化成三角函数求值域的问题.

例 1 已知曲线 C 的极坐标方程是 $\rho=1$，以极点为原点，极轴为 x 轴的正半轴建立平面直角坐标系，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=1+\dfrac{t}{2} \\ y=2+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$ （t 为参数）.

(1)写出直线 l 与曲线 C 的直角坐标方程；

(2)设曲线 C 经过伸缩变换 $\begin{cases} x=\dfrac{x'}{2} \\ y=y' \end{cases}$ 得到曲线 C'，设曲线 C' 上任一点为 $M(x,y)$，求 $x+2\sqrt{3}y$ 的最小值.

例 1 (1) 直线 l：$\sqrt{3}x-y+2-\sqrt{3}=0$，曲线 C：$x^2+y^2=1$.

(2) $\because \begin{cases} x=1+\dfrac{t}{2} \\ y=2+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$ $\therefore \begin{cases} x=\dfrac{x'}{2} \\ y=y' \end{cases}$ 代入 C 得 C'：$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$.

设椭圆的参数方程 $\begin{cases} x=2\cos\theta \\ y=\sin\theta \end{cases}$ （θ 为参数），

则 $x+2\sqrt{3}y=2\cos\theta+2\sqrt{3}\sin\theta=4\sin(\theta+\dfrac{\pi}{6})$，则 $x+2\sqrt{3}y$ 的最小值为－4.

此题要求 $x+2\sqrt{3}y$ 的最小值，由题可知 (x,y) 是椭圆上的任意一点，因为式子 $x+2\sqrt{3}y$ 里有两个未知数，要求范围，需利用椭圆方程把 y 变成 x，或者把 x 变成 y，但过程都太过复杂. 因此写出椭圆的参数方程 $\begin{cases} x=2\cos\theta \\ y=\sin\theta \end{cases}$ （θ 为参数），那么 $x+2\sqrt{3}y=2\cos\theta+2\sqrt{3}\sin\theta$，再利用辅助角公式化简成“一名一次一角”的结构（$y=A\sin(wx+\phi)+B$），解题过程会更简洁易算.

例 2 ［2017·全国卷Ⅰ］在直角坐标系 xoy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=3\cos\theta \\ y=\sin\theta \end{cases}$ （θ 为参数），直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=a+4t \\ y=1-t \end{cases}$ （t 为参数）.

(1)若 $a=-1$，求 C 与 l 的交点坐标；

(2)若 C 上的点到 l 距离的最大值为 $\sqrt{17}$，求 a.

解：(1)曲线C的普通方程为$\frac{x^2}{9}+y^2=1$. 直线l的普通方程为$x+4y-3=0$. 从而C与l的交点坐标为(3，0)，$\left(-\frac{21}{25},\frac{24}{25}\right)$.

(2)直线l的普通方程为$x+4y-a-4=0$，故C上的点$\left(3\cos\theta,\sin\theta\right)$到$l$的距离

$$d=\frac{\left|3\cos\theta+4\sin\theta-a-4\right|}{\sqrt{17}}=\frac{\left|5\sin\left(\alpha+\theta\right)-(a+4)\right|}{\sqrt{17}}.$$

当$a\geq -4$时，d的最大值为$\frac{a+9}{\sqrt{17}}$，由题设得$\frac{a+9}{\sqrt{17}}=\sqrt{17}$，所以$a=8$；

当$a<-4$时，d的最大值为$\frac{-a+1}{\sqrt{17}}$，由题设得$\frac{-a+1}{\sqrt{17}}=\sqrt{17}$，所以$a=-16$.

综上，$a=8$或$a=-16$.

此题背景为椭圆上一点到一条直线的距离的最大值为$\sqrt{17}$，利用几何法也可操作，但是计算量太大，所以把问题转化为点到线的距离问题，直线是定，但是点是椭圆上任意一点，同样为了使用一个未知数来表示点的坐标，利用椭圆的参数方程$\begin{cases}x=3\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数），则椭圆上任意一点的坐标可表示为$(3\cos\theta,\sin\theta)$，再利用点到线的距离公式，把问题转化成求三角函数的值域问题，进而求出a的值.

【参考文献】

[1]高志雄.“坐标系与参数方程”的教学启示[J].中学数学月刊，2011（01）：14-15.
[2]刘忠君.第39讲及坐标系与参数方程[J].高中生学习，2014（z2）：153-156.

作者：安娜　通讯地址：广东省东莞市寮步镇文昌路6东莞市第六高级中学
电话：18928280215　　邮编：523400　　工作单位：东莞市第六高级中学